Метод за построяване двумерен линеен модел на фона за отделяне на аномалии при изучаване на непотенциални полета

Л. Кербелов

Предприятие за геофизични проучвания и геоложко картиране, 1505 София

L. M. Kerbelov — A Method for Construction of Two-dimentional Linear Model of Background Level in Studies of Nonpotential Fields. On the basis of genetic and statistic features of nonpotential background fields it is proposed to compute the coefficients of their linear model according to mean arithmetic of modal values of their horizontal gradient which effectively eliminates the influence of the anomaly. Of account of common discrepancy between boundaries of lithologic bodies and of respective background fields it is necessary to establish in advance the natural boundaries of the latter by means of statistical methods for classification of linear multitudes, for instance a modified variant of the Rodionov's algorhythm. The method is illustrated by data from gamma-spectrometric study of radio-geochemical fields.

Успешното установяване на аномалии при изучаване на непотенциални полета (геохимични полета, полета на физични свойства и др.) в решаваща степен зависи от правилната оценка на най-вероятната величина на фона във всяка дискретна точка от изучаваната площ (профил). Прилаганите методи за решаване на тази задача в много случаи не позволяват получаване на достоверни резултати.

По-долу е предложен метод, с помощта на който се преодоляват някои от неопределеностите, характерни за болшинството от използуваните досега методи.

Като пример за илюстрация на геолого-геохимичните и математическите основи на метода са взети данни от гама-спектрометричното изучаване на радиогеохимични полета.

В метода са отчетени генетичните и статистическите особености на данните, с които се разполага при изучаване на разглежданите непотенциални полета. Те се свеждат до следното.

Фоновото поле на даден елемент обикновено е представено от фиксирано в пространството (площта) множество измерени негови съдържания, което множество отразява пространствените статистически закономерности в разпределението на този елемент в пределите на определена област. Последната е ограничена от естествени граници, обусловени от съчетание на първично-конституационното разпределение на елемента в обема на отделните литотела и действието на регионалните епигенетични процеси на преразпределение. Последното може да доведе до несъвпадение на границите на дадено фоново поле с тези на съответното литотяло. Различията в геохимичните свойства на отделните елементи в епигенетичните процеси могат да доведат до несъвпадение между границите на фоновите им полета. Следователно границите на фоновите полета на всеки елемент следва да бъдат определяни самостоятелно и независимо от границите на отделните литотела.

От гледна точка на категориите, с които оперират теорията на вероятностите и математическата статистика, данните от измерванията в рамките на едно фоново поле, като се изключи влиянието на аномалиите, представляват резултат от наблюдения над адитивно случайно множество, което може да бъде моделирано с помощта на „случайна“ функция на координатите на измервателните точки. За правилна оценка параметрите на дадено фоново поле измервателните данни следва да представляват статистически представителна компактна извадка от това множество, адекватна по свойствата си на фоновото поле. Статистическата компактност на такава извадка се обуславя от формирането на фоновото поле в резултат на въздействието на едни и същи процеси в сходни условия, а нейната адитивност — от това, че представлява смес от три съставки: неслучайна, закономерно свързана с мястото на измерването, „случайна" вариация около закономерната съставка и наложена на тях аномална съставка. Последната представлява резултат от действието на процеси, които обхващат относително локални участъци от изучаваната площ, в които могат да бъдат отнесени към едни или няколко фонови полета.

Следователно данните от измерванията на дадено фоново поле могат да бъдат представени с помощта на следния израз (за двумерния случай на измервания по профил:

$$F(u)=\Phi(u)+A+\varphi, \tag{1}$$

където $F(u)$ е измерена величина в дискретна точка с координата „u"; $\Phi(u)$— закономерна съставка, която отразява зависимостта на величината на фоновото поле от координатата „u" (тренд на полето); A — аномална съставка и φ — „случайна" съставка, която не е свързана с координатата на дискретното измерване „u".

Следва да подчертаем, че когато резултатите от измерванията в пределите на дадено фоново поле съдържат аномална съставка, съответната извадка вече не е адекватна на фоновото множество и за да бъдат установени неговите параметри, тя следва да бъде елиминирана.

Въз основа на горното предлаганата методика предвижда последователно установяване границите на отделните фонови полета и определяне параметрите на тренда на всяко едно от тях при елиминиране влиянието на аномалната съставка.

Установяване границите на фоновите полета

Измерванията по даден маршрут представляват линейно подредено множество. То може да е съставено от няколко подмножества, всяко от които представлява извадка от отделно фоново поле. За разграничаване на тези подмножества се оказва подходящ както по отношение ефективността си, така и пред вид сравнително по-малката си трудоемкост алгоритъмът, предложен от Родионов (1968) във варианта за разграничаване по един признак. Този алгоритъм неминуемо построява всички възможни разграничителни хиперплоскости независимо от това, дали те представляват граници между фонови полета или между отделни аномалии. За да се избегне този недостатък, се налага въвеждане на допълнително ограничение — всяко подмножество, отделено от две съседни разграничителни хиперплоскости, следва да съдържа не по-малко от „m" последователни измерени дискретни величини. Величината на „m" се определя от възприетия критерий за регионалност на фоновото поле и детайлността на измерванията.

Следва да укажем, че когато трендът на дадено фоново поле е по-рязко изразен, алгоритъмът на Родионов (1968) може да доведе до разделяне на това фоново поле на две или повече части (Бондаренко, 1970). За решаване на конкретната задача обаче този недостатък е без значение, тъй като разделянето на дадено фоново поле на части не води до влошаване оценката на математическото очакване на фоновите значения във всяка дискретна точка на измерване.

Построяване двумерен линеен модел на тренда на фоново поле

В геологията и геофизиката за моделиране на пространствените статистически закономерности в разпределението на непотенциалните полета се използват различни видове функции, всяка от които има своите предимства и недостатъци (Боровко, 1971; Крамбейн и Грейбил, 1968).

Линейният модел, описван от полином от първа степен, е един от най-често използваните. Това се дължи както на сравнителната му простота, така и на това, че съответствува на болшинството реални ситуации.

(2) $$\Phi(u)=a_o+a_1\ u,$$

където a_o, a_1 са коефициенти, които се определят обикновено с помощта на метода на най-малките квадрати; $\Phi(u)$ е тренд на фоновото поле.

При използването метода на най-малките квадрати за определяне коефициентите „a_o" и „a_1" влиянието на аномалната съставка „A", особено при по-голяма амплитуда на аномалията, е толкова значително, че апроксимиращият полином може далеч да се отклони от действителния тренд. За елиминиране влиянието на „A" се прилагат различни методи, всеки от които има съществени недостатъци и не може да се приеме като универсален.

Във връзка с горното предлагаме полиномиалните коефициенти на линейния двумерен модел (2) да бъдат изчислявани с помощта на т. нар. „първи разлики", т.е. с помощта на хоризонталния градиент на полето:

(3) $$\Delta(u)_i=F(u)_{i+1}-F(u)_i,$$

където $\Delta(u)_i$ е изменение величината на полето между две съседни измервания при запазване еднакво разстояние между измервателните пунктове; $F(u)_i$, $F(u)_{i+1}$ са измерени величини на полето в съседните точки „i" и „$i+1$".

Средната величина на „$\Delta(u)_i$" в пределите на дадено фоново поле е числено равна на коефициента „a_1" в (2):

(4) $$a_1=\frac{\Sigma\Delta(u)_i}{n},$$

където n е броят първи разлики, т.е. броят интервали, межу дискретните измервания в рамките на едно фоново поле.

При наличие на аномална съставка, разположена в пределите на измерваните значения на дадено фоново поле, сумата от хоризонталния ѝ градиент е равна на нула и следователно коефициентът „a_1", определен с помощта на (4), не зависи от наличието на аномалии. В това се заключава предимството на предлагания метод.

При използване първите разлики за определяне коефициента „a_1" линейният модел придобива вида

(5) $$\Phi(u)=a_o+a_1(u-1).$$

За определяне коефициента „a_o" в (5) се изхожда от следното: ако „a_1" е определен неправилно, $\Phi(u)$ ще се отличава от $F(u)$ с постоянна величина, равна на грешката, допусната в коефициента „a_o". Следователно тази грешка ще е числено равна на систематичната разлика между $\Phi(u)$ и $F(u)$ (6). Последната може да бъде определена като мода на разпределението величината $\delta(u)$:

(6) $$\delta(u)=F(u)-\hat{\Phi}(u),$$

(7) $$\hat{\Phi}(u)=\hat{a}_o+a_1(u-1),$$

където $\hat{a}_o$ е априорна оценка на коефициента „a_o".

Истинската величина на „a_o" се получава от израза

(8) $$a_o=\hat{a}_o+Mo_{\delta(u)},$$

където $Mo_{\delta(u)}$ е мода с най-голяма честота на разпределението на $\delta(u)$.

Различни обстоятелства могат да доведат до несъответствие на построения линеен модел с реалния тренд на дадено фоново поле. Така определена грешка може да бъде допусната при оценката на коефициента „a_1". Тази грешка се обуславя от неточностите в определянето средната величина на първите разлики. В общия случай тя е толкова по-голяма, колкото е по-значителна дисперсията на хоризонталния градиент. В практиката могат да се срещнат и случаи, когато линейният модел не може да се приеме като достатъчно достоверно приближение до реалния тренд.

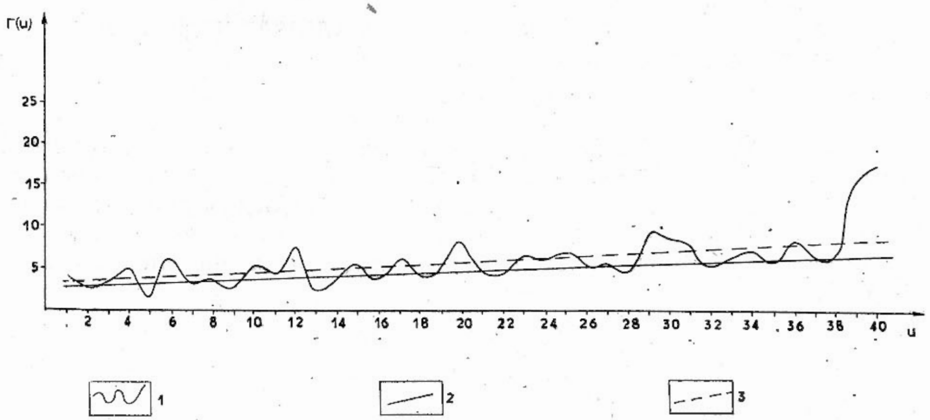
Следователно е необходим контрол върху съответствието на построения линеен модел с реалния тренд на всяко фоново поле. За целта се оказва подходящ методът, описан от Б о н д а р е н к о (1970), за сравнение на условните средни между две множества. Според този метод с помощта на съответен математически апарат се проверява дали разликата между два случайни статистически процеса представлява нормален Гаусов процес с нулево средно. В нашия случай такива два процеса са измерените величини и тези, получени с помощта на двумерния линеен модел (5). При потвърждаване на тази хопотеза следва да се приеме, че моделът достоверно описва реалния тренд. Естествено сравнението се извършва след премахване на аномалната съставка от измерените величини на полето.

След съответни преобразования получаваме формула за оценка съответствието на модела с реалния тренд:

$$W = \frac{\left[\sum_{1}^{N} S(u)\right]^2}{\sum_{1}^{N} S^2(u)}, \tag{9}$$

$$S\,(u) = F(u) - \Phi\ (u), \tag{10}$$

където N е броят дискретни „неаномални" измервания в пределите на даденото фоново поле; $\Phi(u)$ — оценката на величината на тренда по линейния модел в точка с координата „u"; $F(u)$ — измерената величина на полето в точка с координата „u".



Фиг. 1. Теоретичен пример за изчисление на фона

1 — график на $F\ (u)$; *2* — график на $\hat{\Phi}(u)$, получен по „първите разлики"; *3* — график на $\hat{\Phi}(u)$, получен по метода на най-малките квадрати

Хипотезата за съответствие между простроения двумерен линеен модел и реалния тренд на фоновото поле се потвърждава, ако величината на критерия W е по-малка или равна на критерия $\varkappa^2$, взет за една степен на свобода и ниво на значимост „q" (например за $q=0{,}02$ величината $\varkappa^2=5{,}412$).

На фиг. 1 е показан теоретичен пример, в който са включени няколко аномалии с амплитуда, обуславяща получаване на недостоверен резултат при използуване метода на най-малките квадрати за определяне полиномиалните коефициенти. Той е съставен по следния начин.

С помощта на таблица на случайните числа са подбрани 40 величини, с помощта на които е съставено линейно подредено множество, представляващо фоново поле. Оценката на дисперсията му е $\hat{s}=1{,}16$ при средноаритметична величина $\bar{c}=3{,}29$. В линейно подреденото множество е въведен тренд по правилото $+0{,}01\ u$, където „u" е пореден номер на дискретното значение от множеството. Към полученото ново множество са прибавени аномални съставки, както следва: в точка с $u=12$ е прибавена съставка $A=4{,}1$, в точки с $u=29$, $u=30$, $u=31$ са прибавени $A=2{,}3$ и в точки с $u=39$ и $u=40$ са прибавени съответно $A=8{,}0$ и $A=10{,}0$.

С помощта на предлаганата методика е построен следният линеен модел:

$$\Phi(u)=3{,}2+0{,}09\ (u-1). \tag{11}$$

За оценка на този модел е изчислен критерият $W=4{,}52$, което е значително по-малко от величината $\varkappa^2=5{,}412$ за ниво на значимост $q=0{,}02$. Следователно построеният линеен модел съответствува на реалния тренд.

За сравнение е построен и линеен модел с помощта на метода на най-малките квадрати:

$$\Phi'(u)=3{,}16+0{,}14\ u. \tag{12}$$

Критерият за оценка на този модел е $W=7{,}57$, което свидетелствува, че при ниво на значимост $q=0{,}02$ моделът не съответствува на реалния тренд.

Литература

Бондаренко, В. 1970. *Статистические решения некоторых задач геологии.* М., Недра. 246 с.

Боровко, Н. 1971. *Статистический анализ пространственных геологических закономерностей.* Л., Недра. 174 с.

Крамбейн, У., Ф. Грейбил. 1969. *Статистические модели в геологии.* М., Мир. 397 с.

Родионов, Д. 1968. *Статистические методы разграничения геологических объектов по комплексу признаков.* М., Недра. 158 с.

(Приета на 20. 9. 1979)