

Програми за оценка на силата и вида на връзката между два количествени геоложки показателя

Е. И. Иванчев

Комитет по геология, 1000 София

E. I. Ivanchev — *Computer programs for evaluation of the force and types of relation between two quantitative geological parameters.* Original computer programs are presented which analyze the relation between two quantitative geological parameters and the selection of adequate empirical formula describing the respective relation. The mathematical basis of the programs is discussed in brief. The programs are written in FORTRAN IV and may be used in every modern computer. They are conformed to the specific features of the solved problems and represent an integral part of a packet of programs for automatic treatment of empirical geological data. The programs are illustrated by an example for the relation between volume density γ and porosity n of limestones from Dobrudža coal basin. A linear regression equation is derived: $n = -38.974 \gamma + 105.526$.

The programs enable an efficient analysis of a large number of geological data to be made and give reliable results and good cause-and-effect interpretation in each particular case.

Увод

В повечето научни и практически геоложки задачи е необходимо да се установи зависимостта между два количествени признака на скалите, процесите или явленията. Тази задача се състои от две части:

1) установяване силата и приблизителния вид на връзката между разглежданите параметри;

2) при наличие на достатъчно силна връзка установяване на най-добро-то емпирично уравнение, описващо изследваната зависимост.

В геологията сравнително рядко се срещат зависимости, имащи функционален характер (К о м а р о в, 1972). Значително по-често се изследват зависимости, при които на фиксирана стойност на едната променлива x_1 отговаря цял ред от стойности на другата променлива x_2 , всяка от които се проявява с определена вероятност. Това се дължи на генетично обусловени изменения на изследвания обект, на грешки в измерванията и т. н. Вместо функционална зависимост се наблюдава връзка с по-голяма или по-малка свобода — стохастическа зависимост (З а к с, 1976).

Решаването на горните две задачи при изследване на стохастическите зависимости между два количествени геоложки показателя се осъществява

чрез широко прилаганите в различни науки математични апарати на корелационния и регресионния анализ.

Програми за ЕИМ за корелационен и регресионен анализ съществуват във всички електронноизчислителни центрове (ЕИЦ). Въпреки това практиката на автоматизацията на процесите на обработка на геоложки данни показва, че е необходимо създаването на специализиран пакет от приложни програми, в който освен оригинални има и такива, които в някои свои части дублират съществуващи програми. Някои от основните предпоставки, обосноваващи тази необходимост, са:

1) геоложката информация по своята същност изисква кодировка на качествени признаци с оглед правенето на различни извадки за обработка по литология, възраст, местоположение и т. н.;

2) наличието на „урагани“ стойности в извадката може в редица случаи да влоши, замъгли или дори да скрие съществуващи зависимости. По тази причина преди влизане в корелационния анализ е необходимо да се установят оптималните граници на разглежданите параметри;

3) спецификата на входа и изхода на стандартните програми в различните ЕИЦ създава редица затруднения. След като информацията от разглеждания обект веднъж е систематизирана, кодирана и въведена в ЕИМ за нуждите на едномерния анализ на емпиричните разпределения (И в а н ч е в, 1981), нецелесъобразно е да се подготвя повторно според изискванията на стандартните програми, чийто вход е обикновено от перфокарти;

4) възможностите за автоматизирано графично онагледяване на получените резултати чрез специално създадените за целта програми допринасят за ясността на изводите и обосноваването на заключенията;

5) възможността за внасяне на подобрения, допълнения или изменения в създадения пакет от програми за нуждите на геологията позволява творчески и гъвкаво да се подхожда при решаването на непрекъснато разширяващ се кръг от задачи.

Предлаганите програми за ЕИМ за оценка на силата и вида на връзката между два количествени геоложки показателя са написани на алгоритмичния език FORTRAN IV и са неразривно свързани с пакета от програми за едномерен анализ на емпирични геоложки данни (И в а н ч е в, 1981), явявайки се негово продължение. Принципите на тяхното съставяне са общи и са подчинени на основните изисквания към създаването на автоматизирани системи за обработка на геоложки данни (И в а н ч е в, 1979). Възможностите на програмите са илюстрирани на примера на изследването на зависимостта между обемното тегло и порестостта на малм-валанжските варовици от Добруджанския въглищен басейн (ДВБ).

Изследване на силата на връзката

За установяване на степента на свързаност между изследваните параметри и приблизителна оценка на нейния вид е изготвена програма за ЕИМ SER. Преди ползуването на тази програма данните от инженерногеоложките изследвания на скалите от ДВБ са въведени в ЕИМ и са записани на магнитна лента (МЛ). Направен е едномерен анализ на емпиричните разпределения и са получени оптималните граници на разглежданите параметри (И в а н ч е в, 1981). Основните операции, които се извършват чрез програмата SER, са следните:

1. От перфокарти се въвеждат: брой на количествените параметри от основния масив, които ще участвуват в корелациите; номера на количестве-

ните параметри, които ще участвуват в корелациите; брой на корелационните задачи и номера на двойките параметри, между които ще се търси корелация; граници на параметрите, участващи в корелациите, които са получени след етап 2 на анализа на емпиричните разпределения; номера на качествените параметри, по които ще се формират извадките и съответните кодове и нива на търсене.

2. В съответствие с така зададените качествени признаци и граници от магнитната лента, на която е записан масивът от данни, се прочитат и изваждат двойките стойности за поредните количествени параметри, между които ще се търси корелация. В разглеждания случай като пример са взети количествени параметри № 3 ($\gamma \rightarrow x_1$) и № 5 ($n \rightarrow x_2$) за варовиците (качествен параметър № 3 с код 16030 и ниво на търсене 2) от ДВБ.

3. Отпечатва се броят на векторите (двойките стойности), които отговарят на посочените условия. В разглежданата задача те са $N=75$. Отпечатват се и самите входни за корелацията данни x_{1i}, x_{2i} ($i=1, N$).

4. В зависимост от броя на данните се определя броят на интервалите за разбиване на съвкупността — в случая 9.

5. Последователно за x_1 ($j=1$) и x_2 ($j=2$) се определят или изчисляват: минимална и максимална стойност; средноаритметична стойност

$$(1) \quad \bar{X}_j = \frac{\sum_{i=1}^N x_{j,i}}{N};$$

дължина на интервала c_j ;

граници на интервалите $cb_{i,j}$, среди на интервалите $cm_{i,j}$ и честоти в интервалите $f_{i,j}$ ($i=1, k$).

6. За всеки един параметър при по-малко от 5 наблюдения в интервал се извършва обединяването им със съседни интервали, докато честотите във всички интервали станат по-големи от 5. В разглеждания случай броят на интервалите след обединяването за x_1 е $k_1=5$ и за x_2 е $k_2=5$.

7. Изчислява се и се отпечатва корелационната таблица на изследваните параметри (табл. 1). Честотите в клетките на таблицата се отбелязват с m_{i_1, i_2} ($i_1=1, k_1, i_2=1, k_2$).

Таблица 1

Корелационна таблица на обемна плътност и порестост на варовиците от Добруджанския възлищен басейн

Граници на интервалите	2,148	2,384	2,463	2,542	Сума по редове	
13,633	8	9	0	0	17	
10,680	0	3	7	3	13	
7,727	0	0	5	5	14	
4,773	1	0	0	5	17	
	0	0	0	14	14	
Сума по стълбове	9	12	12	13	29	75

8. Изчисляват се и се отпечатват:

коэффициент на свързаност (Митропольский, 1971)

$$(2) \quad \chi^2 = N \left[\left(\sum_{i_1=1}^{k_1} \sum_{i_2=1}^{k_2} \frac{m_{i_1 i_2}^2}{f_{i_1} f_{i_2}} \right) - 1 \right],$$

който се сравнява с 50% таблична стойност; статистика за теснотата на връзката

$$(3) \quad \varphi^2 = \frac{\chi^2}{N};$$

степени на свобода

$$(4) \quad v = (k_1 - 1)(k_2 - 1);$$

коэффициент на свързаност по Чупров

$$(5) \quad k_v = \sqrt{\frac{\varphi^2}{v}}.$$

9. Ако $k_1 < 5$ или $k_2 < 5$, се отива на пункт 16. При $k_1 \geq 5$ и $k_2 \geq 5$ се изчисляват интервалните средни $X1$ и $X2$:

за $x_1 = f(x_2)$

$$(6) \quad X1_{i_2} = \frac{\sum_{i_1=1}^{k_1} m_{i_1, i_2} * cm_{i_2, 1}}{f_{i_2, 1}} \quad (i_2 = \overline{1, k_2});$$

за $x_2 = f(x_1)$

$$(7) \quad X2_{i_1} = \frac{\sum_{i_2=1}^{k_2} m_{i_1, i_2} * cm_{i_1, 2}}{f_{i_1, 2}} \quad (i_1 = \overline{1, k_1}).$$

10. Последователно за параметър $x_1(j=1)$ и $x_2(j=2)$ се изчисляват и отпечатват: математична надежда

$$(8) \quad \bar{X}_j = \frac{\sum_{i=1}^{k_j} f_{i, j} * cm_{i, j}}{N} \quad (j = \overline{1, 2});$$

стандарт

$$(9) \quad \sigma_j = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k_j} f_{i, j} * cm_{i, j}^2}{N} - \bar{X}_j^2} \quad (j = \overline{1, 2}).$$

11. Изчислява се и се отпечатва коэффициентът на корелация

$$(10) \quad r = \frac{\sum_{i_2=1}^{k_2} \sum_{i_1=1}^{k_1} m_{i_1, i_2} * cm_{i_1, 1} * cm_{i_2, 2}}{N} - \bar{X}_1 \bar{X}_2$$

$$\sigma_1 \sigma_2$$

12. Изчисляват се и се отпечатват корелационните отношения:
за $x_1 = f(x_2)$

$$(11) \quad \eta_{1/2} = \frac{\left\{ \sum_{i_2=1}^{k_2} \left[\frac{\left(\sum_{i_1=1}^{k_1} m_{i_2, i_1} \cdot cm_{i_1, 1} \right)^2}{f_{i_2, 2}} \right] - \bar{X}_1^2 \right\}^{1/2}}{\sigma_1};$$

за $x_2 = f(x_1)$

$$(12) \quad \eta_{2/1} = \frac{\left\{ \sum_{i_1=1}^{k_1} \left[\frac{\left(\sum_{i_2=1}^{k_2} m_{i_2, i_1} \cdot cm_{i_2, 2} \right)^2}{f_{i_1, 1}} \right] - \bar{X}_2^2 \right\}^{1/2}}{\sigma_2}.$$

13. Изчисляват се и се отпечатват оценките за значимост на двете корелационни отношения (Воловельская и др., 1971)

$$(13) \quad S_{ijj} = \frac{\eta_{ijj} \sqrt{N}}{1 - \eta_{ijj}^2}.$$

При 5% ниво на значимост, ако $S_{ijj} \geq 1,96$, се смята, че корелационното отношение е значимо.

14. Изчислява се и се отпечатва оценката за значимост на коефициента на корелация

$$(14) \quad S_r = \frac{|r| \sqrt{N}}{1 - r^2}.$$

15. Изчислява се и се отпечатва средната грешка на коефициента на корелация

$$(15) \quad \varepsilon_r = \frac{1 - r^2}{\sqrt{N}}.$$

Оттук може да се получи доверителният интервал на коефициента на корелация

$$(16) \quad r - 1,96 \varepsilon_r \leq \rho \leq r + 1,96 \varepsilon_r.$$

Ако доверителният интервал не включва стойността $\rho = 0$, то може да се говори за наличие на корелация.

16. Когато не са определени интервални средни, е възможно да се изчисли само коефициентът на корелация

$$(17) \quad r = \frac{\sum_{i=1}^N (x_{1i} - \bar{X}_1)^2 (x_{2i} - \bar{X}_2)^2}{\sigma_1 \sigma_2},$$

където

$$(18) \quad \sigma_1 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_{1i} - \bar{X}_1)^2}{N}},$$

(19)

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_{2i} - \bar{X}_2)^2}{N}}$$

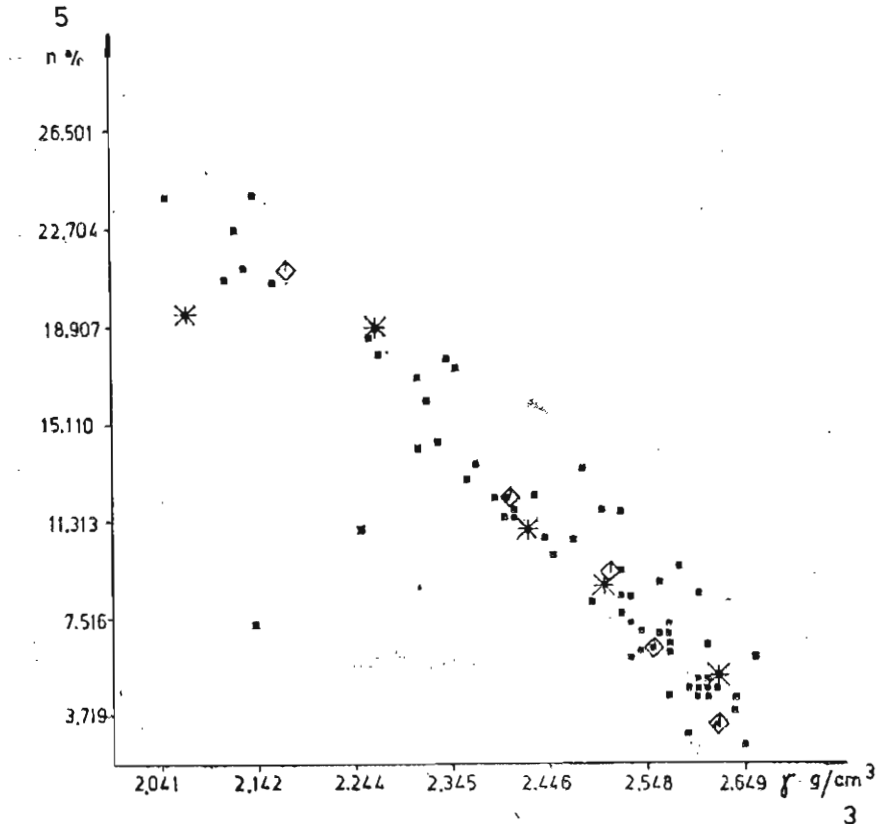
Оценката за случайност на коефициента на корелация се изчислява по (14), а неговата средна грешка — по (15).

За разглеждания случай всички описани статистики са нанесени в табл. 2.

Таблица 2

Статистики на връзката $n=f(\gamma)$

N	χ^2	φ^2	$k_{\text{ч}}$	$\eta_{1/2}$	$S_{1/2}$	$\eta_{2/1}$	$S_{2/1}$	r	S_r	ϵ_r
75	+	1,417	0,353	0,869	30,7	0,895	39,1	-0,866	30,0	0,029



Фиг. 1. Точкова корелационна диаграма. $x_1 \equiv \gamma$, $x_2 \equiv n$ на варовиците от Добруджанския въглищен басейн. \diamond са отбелязани интервалните средни на зависимостта $x_1=f(x_2)$, а с * — интервалните средни на $x_2=f(x_1)$

17. Извършва се запис върху втора магнитна лента МЛ2 за изчертаване на точковата корелационна диаграма, в която са нанесени и интервал-

ните средни (ако такива са изчислени). Тази диаграма (фиг. 1) се изчертава допълнително от програмата GRAALL.

18. Прави се запис върху МЛЗ на всички необходими данни за регресионен анализ на изследваната зависимост.

След приключване на решението по текущата задача се отива на пункт 2 за прочитане на входните данни за следващата корелация. Ако са решени всички зададени задачи, изпълнението на програмата спира.

При наличието на статистиките (2), (3), (5), (10), (11) и (12), отчитащи силата на връзката между разглежданите параметри x_1 и x_2 , след като са определени оценките за значимост на η и r (13) и (14), средната грешка на r (15) и е изчертана точковата корелационна диаграма (фиг. 1), може да се направи достоверна оценка, доколко изследваната зависимост е съществена. Ако се окаже, че тя е достатъчно силна, набелязват се типовете регресионни криви, по които ще се изравнява разглежданата зависимост.

За примера $\dot{y} = f(\gamma)$ за варовиците могат да се направят следните изводи:

1. Всички изчислени статистики показват силна стохастическа връзка между параметрите. Оценките за значимост значително надвишават 5% ниво. Средната грешка на r е малка и доверителният интервал е $0,809 \leq |r| \leq 0,923$.

2. Тъй като $\eta_{1/2} = 0,869$ и $\eta_{2/1} = 0,895$ попадат в доверителния интервал за r , хипотезата за линейност на зависимостта може да се приеме.

3. Интервалните средни на $x_1 = f(x_2)$ показват по-ясно изразена линейност, което се доказва и от близостта на r с $\eta_{1/2}$. Следователно трябва да се търси линейна зависимост от вида $x_2 = a'x_1 + b'$.

Тъй като при праволинейните зависимости винаги едното неизвестно може да се изрази чрез другото, то напълно равносилна задача е да се намери зависимост от вида $x_1 = ax_2 + b$, в която $a = \frac{1}{a'}$, $b = \frac{b'}{a'}$.

Определяне вида на зависимостта

Определянето на параметрите на уравнението на зависимостта се извършва чрез програмата CURFIT. Освен това чрез тази програма може да се установи и видът на зависимостта, когато той не е известен или не е очевиден на базата на резултатите от корелационния анализ.

Линейната регресия намира широко приложение поради своята простота. Но линейната зависимост не може да отрази цялото многообразие на изследваните явления. Разнообразни зависимости, при които скоростта на изменение на x_2 зависи от достигнатите стойности на x_1 , само приблизително могат да се опишат чрез линейна функция. Освен това, ако абсолютният максимум или минимум на зависимата променлива x_2 се достига вътре в разглеждания диапазон на изменението на x_1 , той не може да бъде установен с помощта на линейна функция. Тези и редица други съображения налагат необходимостта да се прилагат методите на нелинейната регресия, позволяващи да се подбира вид на кривата, отразяващ по най-добър начин характерните черти на изследваната зависимост.

Чрез програмата CURFIT могат да се изчисляват параметрите на 19 уравнения, които по наше мнение могат да отразят характера на основните инженерногеоложки зависимости. При необходимост обаче в програмата могат да се добавят и нови уравнения. За една и съща задача могат да се апробират до 5 уравнения, като впоследствие от тях се подбере най-доброто.

Таблица 3
 Функции, заложили в програмата CURFIT

№	Функция	Преобразуване	Неизвестни	Нормален вид на уравненията
1	$x_2 = ax_1 + b$	$X_i = x_{1i}, Y_i = x_{2i}$	a, b	$Z_i = X_i a + 1b - Y_i$
2	$x_2 = ax_1^2 + bx + c$	$X_i = x_{1i}, Y_i = x_{2i}$	a, b, c	$Z_i = X_i^2 a + X_i b + 1c - Y_i$
3	$x_2 = ax_1^3 + bx^2 + cx + d$	$X_i = x_{1i}, Y_i = x_{2i}$	a, b, c, d	$Z_i = X_i^3 a + X_i^2 b + X_i c + 1d - Y_i$
4	$x_2 = ax_1^4 + bx_1^3 + cx_1^2 + dx_1 + e$	$X_i = x_{1i}, Y_i = x_{2i}$	a, b, c, d, e	$Z_i = X_i^4 a + X_i^3 b + X_i^2 c + X_i d + 1e - Y_i$
5	$x_2 = \frac{a}{x_1} + b$	$X_i = \frac{1}{x_{1i}}, Y_i = x_{2i}$	a, b	$Z_i = X_i a + 1b - Y_i$
6	$x_2 = ae^{-x_1} + b$	$X_i = e^{-x_{1i}}, Y_i = x_{2i}$	a, b	$Z_i = X_i a + 1b - Y_i$
7	$x_2 = a \lg x_1 + b$	$X_i = \lg x_{1i}, Y_i = x_{2i}$	a, b	$Z_i = X_i a + 1b - Y_i$
8	$x_2 = \frac{a}{x_1^2} + \frac{b}{x_1} + c$	$X_i = \frac{1}{x_{1i}^2}, Y_i = x_{2i}$	a, b, c	$Z_i = X_i^2 a + X_i b + 1c - Y_i$
9	$x_2 = ax_1^0$	$X_i = \lg x_{1i}, Y_i = \lg x_{2i}$	a, b	$Z_i = 1a + X_i b - Y_i$
10	$x_2 = ax_1$	$X_i = x_{1i}, Y_i = \lg x_{2i}$	a	$Z = X_i a - Y_i$
11	$x_2 = ae^{bx_1}$	$X_i = x_{1i} \lg e, Y_i = \lg x_{2i}$	a, b	$Z_i = 1a + X_i b - Y_i$
12	$x_2 = ae^{b/x_1}$	$X_i = \frac{\lg e}{x_{1i}}, Y_i = \lg x_{2i}$	a, b	$Z_i = 1a + X_i b - Y_i$
13	$x_2 = abx_1$	$X_i = x_{1i}, Y_i = \lg x_{2i}$	a, b	$Z_i = 1a + X_i b - Y_i$
14	$x_2 = ax_1^0 e^{cx}$	$X_i = x_{1i}, Y_i = \lg x_{2i}$	a, b, c	$Z_i = 1a + \lg X_i b + X_i \lg e c - Y_i$
15	$x_2 = ae^{b/x_1^2} e^{cx}$	$X_i = x_{1i}, Y_i = \lg x_{2i}$	a, b, c	$Z_i = 1a + X_i^2 \lg e b + X_i \lg e c - Y_i$
16	$x_2 = \frac{1}{ax_1 + b}$	$X_i = x_{1i}, Y_i = \frac{1}{x_{2i}}$	a, b	$Z_i = X_i a + 1b - Y_i$
17	$x_2 = \frac{x_1}{ax_1 + b}$	$X_i = \frac{1}{x_{1i}}, Y_i = \frac{1}{x_{2i}}$	a, b	$Z = X_i^2 a + X_i b - Y_i$
18	$x_2 = \frac{1}{ax_1^2 + bx_1 + c}$	$X_i = x_{1i}, Y_i = \frac{1}{x_{2i}}$	a, b, c	$Z_i = X_i^2 a + X_i b + 1c - Y_i$
19	$x_2 = \frac{x_1}{ax_1^2 + bx_1 + c}$	$X_i = x_{1i}, Y_i = \frac{1}{x_{2i}}$	a, b, c	$Z_i = X_i a + 1b + \frac{1}{X_i} c - Y_i$

Коефициентите на уравненията се намират, като се решава система от линейни уравнения. Това налага линеаризация на нелинейните зависимости по пътя на преобразования. Функциите, заложи в CURFIT, и нормалният вид на уравненията след съответните линеаризационни преобразования са представени в табл. 3.

Основните операции, които се извършват от програма CURFIT, са следните:

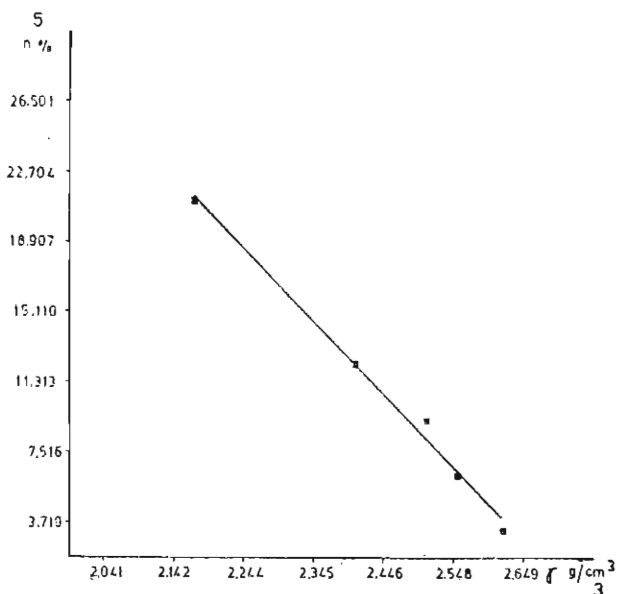
1. От перфокарти и МЛЗ се въвеждат данните за решаване на i -тата задача. Входът от перфокарти указва кои уравнения ще се апробират за апроксимиране на разглежданата зависимост. Входът от магнитна лента включва главно координатите на интервалните средни или ако такива не са изчислени, координатите на точките от входната съвкупност за корелационния анализ. Входните данни се отпечатват.

2. Започва апроксимация по първото указано уравнение. В случая това е функция № 1 — праволинейна зависимост.

3. Координатите x_{1i} и x_{2i} се преобразуват в зависимост от вида на кривата по указания в табл. 3 начин и се отпечатват.

4. Съставя се нормална система от линейни уравнения.

5. По метода на средноуравновесеното квадратично приближение (СУКП) до зададена степен се намират стойностите на неизвестните в нормалната система. Първо се работи при степен за СУКП=2, което по същество представлява метод на най-малките квадрати. Решаването на системата при по-висока степен — 4, 6 и т. н., се характеризира с това, че за свободни членове на системата, която ще се решава при по-висока степен, се вземани



Фиг. 2. Чертеж на зависимостта $n=f(\gamma)$ за варовиците от Добруджанския въглищен басейн. С квадратчетата са отбелязани съответните интервални средни

отклоненията, получени след заместване с неизвестните, изчислени при предходната степен (Тимов, 1974). По такъв начин се получава минимизиране на максималните отклонения, което е с положителен ефект при компактна съвкупност. Ако обаче в точковата корелационна диаграма се наблюдават

значителни отклонения поне на една точка от останалите, най-подходящо е да се спре при степен на приближение 2, т. е. да се работи по метода на най-малките квадрати. В противен случай кривата се измества по посока на екстремалната стойност и качеството на апроксимация се влошава.

6. Отпечатва се уравнението на кривата.¹ В разглеждания случай то е $n = -38,794\gamma + 105,526$.

7. С получените коефициенти се изчисляват x_{2i} за 100 стойности на x_{1i} в диапазона $x_{1\min}$, $x_{1\max}$ и се отпечатват.

8. Формира се запис на МЛ4 за изчертаване на получената крива (фиг. 2). Чертежът се реализира допълнително чрез програма GRAALL.

9. Сравняването на качеството на апроксимация от различните криви се извършва на базата на сумата от квадратите на отклоненията на входните точки от кривата.

Заклучение

Корелационният и регресивният анализ на геоложката информация на съвременния етап на развитие на геоложката наука предлагат добри възможности както в теоретичен, така и в практически аспект, които се изразяват (Демирев и др., 1978) главно в разграничаване ролята на факторите и степента на тяхното влияние върху основните свойства на скалите; търсене на пътища за създаване на класификации на различни генетични типове скали; оптимизация на обобщените и изчислителни показатели на свойствата на скалите; реализиране на икономическа ефективност чрез изчисляване на някои трудно определяеми по експериментален път параметри и чрез оптимизация на геоложкото опробване.

Описаните програми за ЕИМ за оценка на силата и установяване вида на връзката между два количествени геоложки показателя много облекчават обработката на данните. Практически няма ограничение за броя на корелационните и регресионните задачи, които могат да се решат при едно пускане на програмите. Получаваните резултати дават възможност както за достоверно изчисляване на зависимите параметри, така и за задълбочена причинно-следствена интерпретация на всеки конкретен случай.

Л и т е р а т у р а

- Воловельская, С. Н., А. И. Жилин, С. А. Кулыш, В. Б. Сивый. 1971. *Нелинейная корреляция и регрессия*. Киев, Техника, 215 с.
- Демирев, Ан., Л. Илиева, Б. Константинов. 1978. Интерпретация некоторых корреляционных зависимостей физико-механических свойств грунтов. — В: 25 год. ВМГИ, 4, 122—127.
- Закс, Л. 1976. *Статистическое оценивание*. М., Статистика 598 с.
- Иванчев, Е. 1979. Основные принципы создания автоматизированных систем обработки инженерно-геологических данных. — *Sb. předn. Matem. met. v. geologii. Pribrat*, 30—35.
- Иванчев, Е. 1981. Програми за едномерен анализ на емпирични геоложки данни — *Сп. БГД*, 2, 194—208.
- Комаров, И. С. 1972. *Накопление и обработка информации при инженерно-геологических исследованиях*. М., Недра. 294 с.
- Митропольский, А. К. 1971. *Техника статистических вычислений*. М., Физматгиз. 584 с.
- Тимов, Х. И. 1974. *Современные методы в теории за математическата обработка на резултатите от геодезичните измервания*. Автореферат дисерт., 45 с.

(Постъпила на 9. XI. 1982 г.)

¹ Уравнението е валидно в обсега на експерименталните данни.